

Задачи со звёздочками

Условия конкурса

Уважаемые ученики. Наступил новый сезон конкурса «Задачи со звёздочками». В этом сезоне конкурс получил статус регионального.

Соревнование будет проходить в три этапа. В течение трёх месяцев (февраль, март, апрель) 5 числа будут публиковаться новые задачи. До 25 числа необходимо прислать отсканированные или аккуратно сфотографированные решения на следующий адрес: uvmat39@yandex.ru

В феврале вместе с решением задач каждый участник должен прислать следующую информацию о себе:

- 1) **Фамилия;**
- 2) **Имя;**
- 3) **номер класса;**
- 4) **номер, название и местонахождение школы, в которой учится участник;**
- 5) **номер телефона участника конкурса;**
- 6) **адрес электронной почты участника конкурса.**

Промежуточные результаты будут опубликованы в разделе «Задачи со звёздочками» следующего заседания клуба.

После номера каждой задачи написано, для учеников каких классов она предназначена. Для каждого класса ровно четыре задачи. Количество баллов, которое можно получить за выполнение задания, принимает значения от 1 до 4 по возрастанию номера для каждого класса.

Условия задач.

№1. (5) В строке записано двадцать цифр. Сумма каждых трёх идущих подряд цифр равна восьми. Чему равна сумма последних пяти цифр, если третья цифра – 5?

№2. (5 – 6) Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 62 см^2 , а объём равен 30 см^3 . Найдите длины рёбер прямоугольного параллелепипеда, если известно, что они, выраженные в сантиметрах, принимают целые значения.

№3. (5 – 7) Паша написал на листе двузначное число, Маша приписала к этому числу справа ещё такое же число, Саша приписал слева ещё такое же число. Потом Паша разделил полученное шестизначное число на четыре. Маша разделила Пашин результат на пять, Саша разделил Машин результат на шесть, а Паша разделил Сашин результат на семь. Какое число написал Паша в самом начале, если в конце у него получилось целое число, большее 500?

№4. (5 – 8) В Волшебном городе на улице Берёзовой дома расположены хаотично и имеют номера 1А, 1Б, 1В, 1Г, 1Д, 1Е, 1Ж, 1З, 1И, 1К, 1Л, 1М, 1Н. Оля живёт в одном из этих домов и ходит в школу двумя разными дорогами. Условимся называть номера домов, содержащие букву, соответствующую гласному звуку, гласными номерами, а содержащие букву, соответствующую согласному звуку – согласными номерами. По дороге в школу Оля считает гласные и согласные номера. Когда Оля идёт по первой дороге, количество подсчитанных ею гласных номеров оказывается в два раза больше, а согласных - в три раза меньше, чем когда она идёт по второй дороге. Номер своего дома – единственный номер, который Оля считает на обеих дорогах. Сколько домов остаётся в стороне от Олиных дорог в школу, если известно, что их количество меньше семи?

№5. (6 – 9) Перед Новым годом Андрей сказал маме: «У меня не было ни одной двойки по математике в течение четверти, из каждых семи оценок есть хотя бы одна тройка, из каждых восьми оценок есть хотя бы одна четвёрка, из каждых 9 оценок есть хотя бы одна пятёрка». В школе, где учится Андрей, не ставят единиц. Какое наибольшее количество оценок по математике в течение четверти могло быть у Андрея?

№7. (7 – 9) Андрей и Денис рыбачили на лодках на одной реке, Андрей – выше по течению, Денис – ниже. В определённый момент они созвонились, обсудили улов и решили поменяться местами. Одновременно они отправились навстречу друг другу, причём гребли с одинаковыми усилиями. В начале пути у Андрея с головы слетела соломенная шляпа и поплыла по течению следом за ним. Ровно в 10 часов Андрей и Денис встретились. В 10 часов 12 минут Андрей приплыл на место Дениса. В 10 часов 27 минут Денис приплыл на место Андрея. В котором часу к Андрею приплывёт его шляпа?

№8. (8 – 9) Какое наименьшее натуральное число можно получить, подставляя натуральные числа вместо переменных в выражение: $25a^2 + b^2 + c^2 - 8ab - 6ac + c$?

№8. (9) Постройте график уравнения $|x| + |y| = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$. Докажите, что в построенную фигуру можно вписать окружность. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.