

Задачи со звёздочками.

IV сезон, первый тур (октябрь 2022).

Уважаемые ученики. Мы начинаем четвёртый сезон регионального конкурса «Задачи со звёздочками». Перед вами задания первого этапа конкурса

Мы напоминаем, что ждём от вас **подробные решения задач**, а не только ответы.

После номера каждой задачи написано, для учеников каких классов она предназначена. Для каждого класса ровно четыре задачи. Количество баллов, которое можно получить за выполненное задание, принимает значение от 1 до 4 по возрастанию номера для каждого класса.

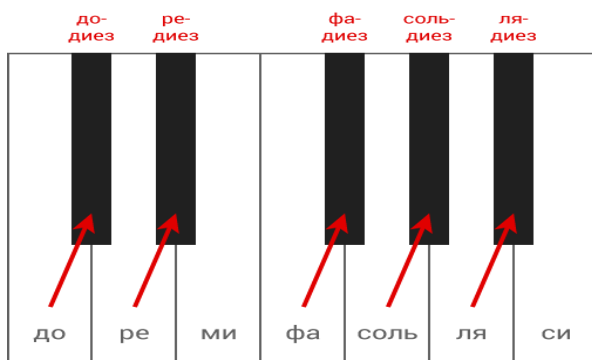
Например, для 6 класса: №1(1 балл), №2(2 балла), №3(3 балла), №4(4 балла).

Для 7 класса: №2(1 балл), №3(2 балла), №4(3 балла), №5(4 балла) и так далее.

До 25 октября необходимо прислать отсканированные или аккуратно сфотографированные решения на следующий адрес: uvmat39@yandex.ru

№1. (6) Фортепианная клавиатура делится на равные части. Они называются октавами. Октава - это интервал (расстояние) между двумя клавишами с одинаковыми названиями. В каждой октаве 7 белых клавиш и 5 чёрных. На рисунке вы видите названия нот октавы и клавиатуру синтезатора.

Вася пронумеровал несколько клавиш подряд на синтезаторе числами от 1 до 30 по порядку. Затем он взял аккорд, состоящий из нот **ре диез**, **фа диез**, **ля диез** некоторой октавы и подсчитал произведение номеров клавиш, соответствующих прозвучавшим нотам. Произведение оказалось равно 480. Какой ноте соответствует клавиша с номером 1?



№2. (6 – 7) Количество мальчиков в 6Б классе составляет 60% от количества девочек этого класса. Сколько процентов количество девочек в 6Б классе составляет от количества всех учащихся этого класса?

№3. (6 – 8) По дороге из леса в Простоквашино бежит Шарик, его догоняет на велосипеде почтальон Печкин. Навстречу им спешат кот Матроскин и дядя Фёдор. Скорость сближения почтальона Печкина и дяди Фёдора 17 км/ч, Шарика и дяди Фёдора – 13 км/ч, а скорость сближения кота Матроскина и Шарика – 11 км/ч. С какой скоростью сближаются кот Матроскин и почтальон Печкин?

№4. (6 – 9) У Маши в комнате есть шкафчик с несколькими одинаковыми квадратными дверками трёх цветов: синего, зелёного и белого. Маша заметила, что сумма периметров всех зелёных и белых дверок в два раза больше суммы периметров всех синих дверок, а сумма площадей всех белых дверок в три раза меньше суммы площадей всех синих и зелёных дверок. Сколько дверок в Машинном шкафчике, если известно, что их количество меньше 20?

№5. (7 – 10) Найдите значение выражения:
$$\frac{(11!) \cdot 468 + (12!) \cdot 546 + (13!) \cdot 630 + (14!) \cdot 720}{13! + 14! + 15! + 16!}.$$

Напоминаем, что $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

№6. (8 – 10) Известно, что $f(x) = x^2 + 2x$. Решите уравнение $f\left(f\left(f\left(f(f(x))\right)\right)\right) = 0$.

№7. (9 – 10) Треугольник ABC – равнобедренный, AC – его основание. Угол B равен 36° . В треугольнике ABC проведены высоты AD и CF . Найдите длину отрезка DF , если $AB = 7$.

№8. (10) Вася выполняет тест дистанционно, не изучив необходимый для решения материал. На каждый вопрос предполагается два варианта ответа, из которых только один правильный. Вася знает, что папа с вероятностью p правильно ответит на каждый вопрос и мама с вероятностью p даст правильные ответы. Вася предлагает решить этот тест и маме и папе отдельно. Затем, если у мамы и папы одинаковый ответ на определённый вопрос, то Вася напишет этот ответ, а если мнения мамы и папы разойдутся, то Вася кинет монетку для выбора ответа. Увеличит ли Вася шансы правильно решить этот тест по сравнению с тем, как если бы тест решал только папа?